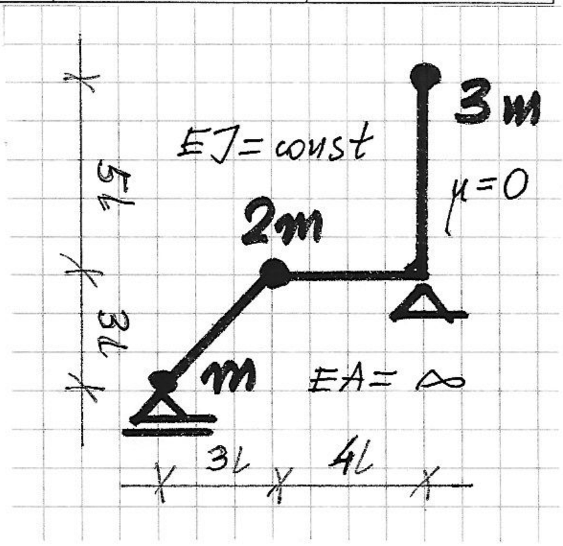
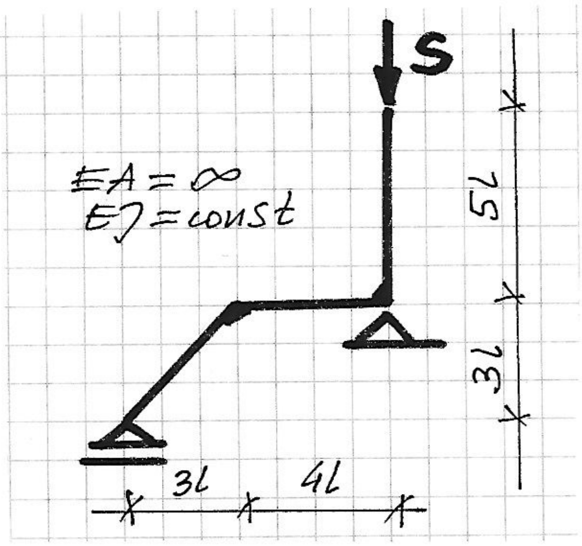
Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji II, 15 IX 2016 r.

NAZWISKO imię				
Grupa	Data zaliczenia ćwiczeń		Numer albumu	
Ocena zadania 1	Ocena zadania 2	Ocena zadania 3	Ocena z egzaminu	Ocena łączna
				Data

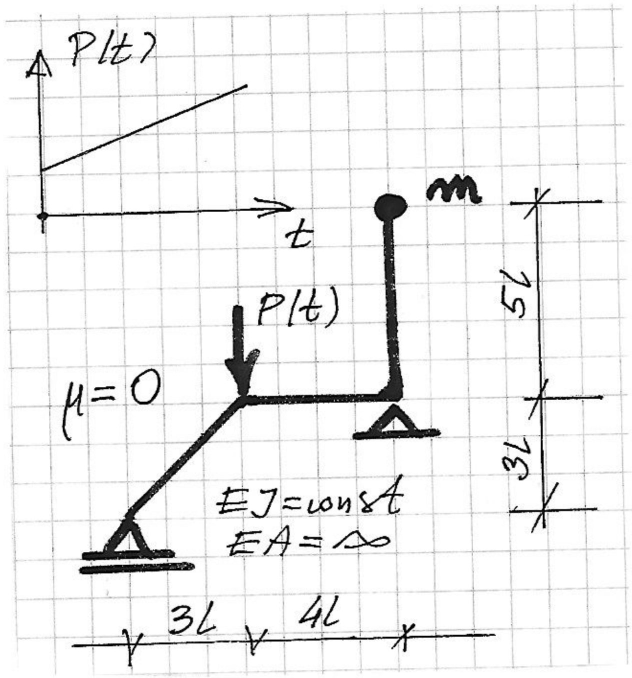
Zadanie 1
Znaleźć równanie określające częstości drgań własnych danej ramy.
(Write down the equations determining the eigenfrequencies of the given frame)



Zadanie 2
Rozważmy ramę poddaną dużej sile osiowej S.
Znaleźć równanie określające wartość siły krytycznej.
(Consider the frame subject to a big axial force S. Find the equation determining the value of the critical force).



Zadanie 3
Dana jest rama obciążona siłą zmienną w czasie zgodnie z formułą:
$P(t) = P_0 + \frac{P_1}{t_1} t$
gdzie P_0, P_1, t_1 są dane.
Przyjąć jednorodne warunki początkowe.
Znaleźć przemieszczenie masy w chwili t.
(The given frame is subject to the load varying in time: $P(t) = P_0 + \frac{P_1}{t_1} t$ *, where* P_0, P_1, t_1 *are given. Assume the homogeneous initial conditions. Find the displacement of the mass at time instant t.)*



Egzamin z MK2, 15.09.2016, zadanie 1

Exam on MoS2, problem 1

Równanie określające częstości drgań własnych:

Equation for eigenfrequencies:

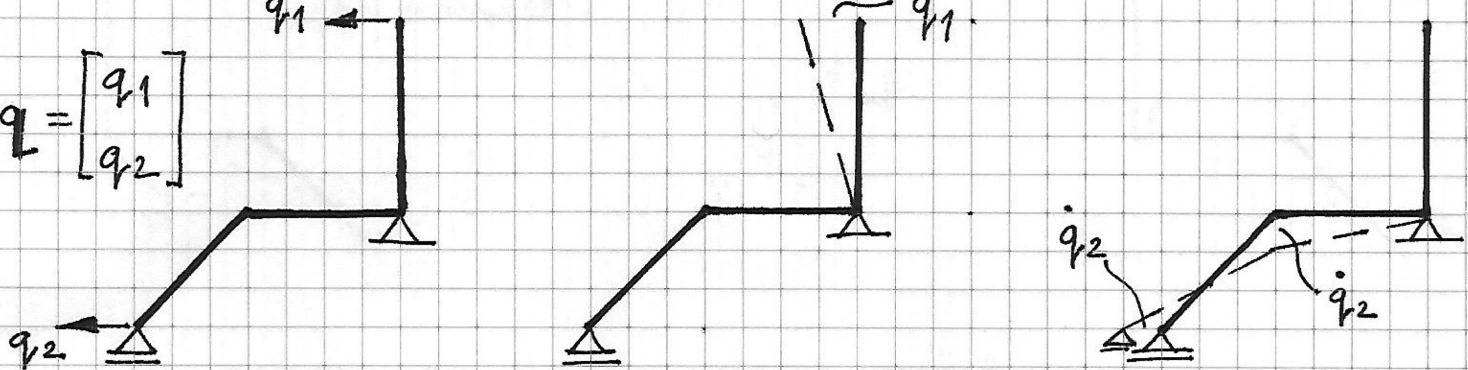
$$\left(\mathbb{I} - \omega^2 \mathbb{D}\mathbb{M}\right)\mathbf{q} = \mathbb{0}$$

Określenie wektorów i macierzy w równaniu:

Determination of vectors and matrices in the equation:

Współrzędne Lagrange'a / The Lagrange coordinates:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$$

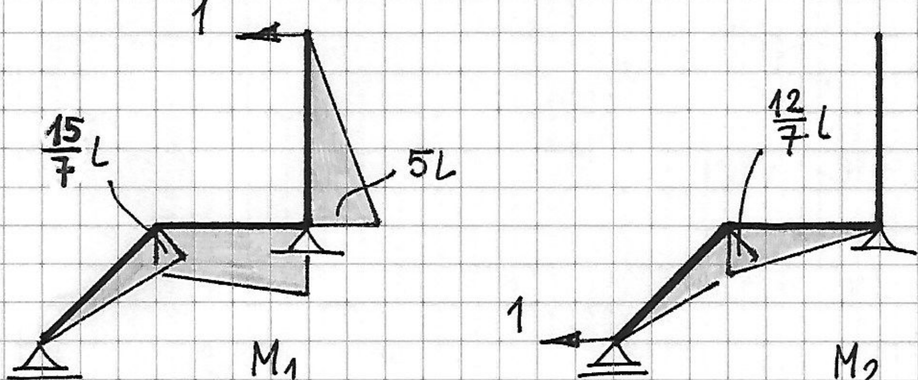


Macierz jednostkowa / The unit matrix $\quad \mathbb{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Macierz mas / The mass matrix

$$2E_k = 3m(\dot{q}_1)^2 + (m+2m)(\dot{q}_2)^2 = \dot{\mathbf{q}}\,\mathbb{M}\,\dot{\mathbf{q}} \qquad \mathbb{M} = \begin{bmatrix} 3m & 0 \\ 0 & 3m \end{bmatrix}$$

Macierz $\mathbb{D}$ / The $\mathbb{D}$ matrix



$$\mathbb{D} = \begin{bmatrix} 101{,}902 & 15{,}807 \\ 15{,}807 & 8{,}074 \end{bmatrix} \frac{L^3}{EJ}$$

Exam on MoS 2, problem 2, 15.09.2016

Egzamin z MK 2, zadanie 2

Poszukiwane równanie ma postać / The equation takes the form

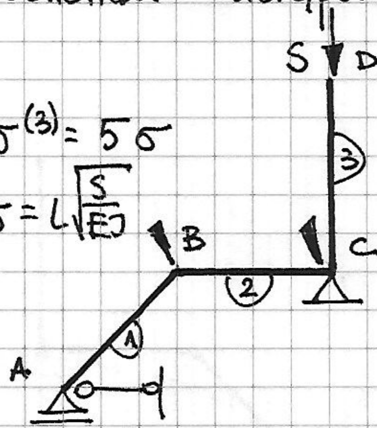
$$\mathbb{K}(\sigma)\, \mathbf{q} = \mathbf{0}$$

Określamy wektor $\mathbf{q}$ i macierz $\mathbb{K}$ / We determine vector $\mathbf{q}$ and matrix $\mathbb{K}$

Schemat zastępczy / The primary structure

$\sigma^{(3)} = 5\sigma$

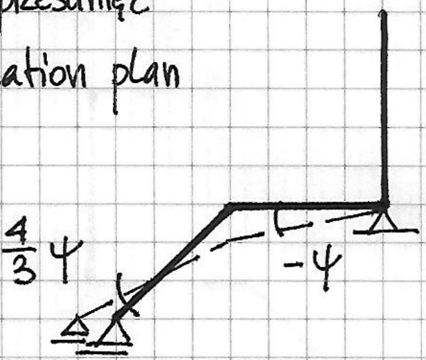
$\sigma = L\sqrt{\frac{S}{EJ}}$



$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \varphi_B \\ \varphi_C \\ \psi \end{bmatrix}$$

Plan przesunięć

Translation plan



Równania równowagi / Equlibrium equations:

$$\begin{cases} \phi_B^{(1)} + \phi_B^{(2)} = 0 \\ \phi_C^{(2)} + \phi_C^{(3)} = 0 \\ \phi_B^{(1)} \cdot \frac{4}{3}\bar{\psi} + \left[\phi_B^{(2)} + \phi_C^{(2)}\right] \cdot (-\bar{\psi}) = 0 \end{cases}$$

Wzory transformacyjne / Slope-deflection equations

$$\phi_B^{(1)} = \frac{3EJ}{3\sqrt{2}L}\left[\varphi_B - \frac{4}{3}\psi\right]$$

$$\phi_B^{(2)} = \frac{2EJ}{4L}\left[2\varphi_B + \varphi_C + 3\psi\right]$$

$$\phi_C^{(2)} = \frac{2EJ}{4L}\left[\varphi_B + 2\varphi_C + 3\psi\right]$$

$$\phi_C^{(3)} = \frac{EJ}{5L}\,\alpha'''(5\sigma)\,\varphi_C$$

Równania równowagi c.d. / Equlibrium equations cont.

$$\mathbb{K}(\sigma)\,\mathbf{q} = \mathbf{0} \longrightarrow \quad \mathbb{K}(\sigma) = \begin{bmatrix} 1{,}707 & 0{,}5 & 0{,}557 \\ 0{,}5 & 1+0{,}2\,\alpha'''(5\sigma) & 1{,}5 \\ 0{,}557 & 1{,}5 & 2{,}757 \end{bmatrix} \frac{EJ}{L}$$

Egzamin z MK2, 15.09.2016, zadanie 3

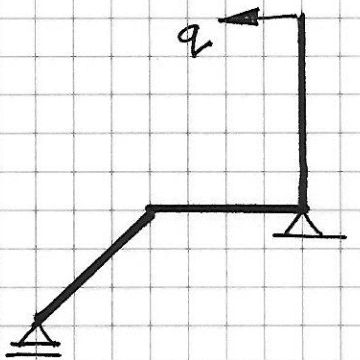
Exam on MoS2, problem 3

Równanie ruchu / Equation of motion

$$\mathbb{D}\,\mathbb{M}\,\ddot{q}(t) + q(t) = \mathbb{D}_0\,P(t)$$

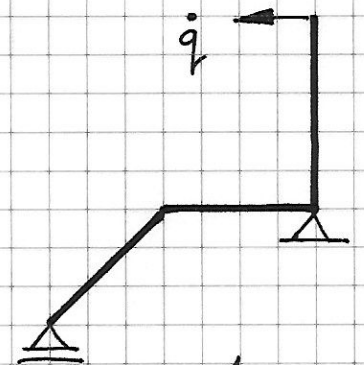
Szukamy macierzy $\mathbb{D}$, $\mathbb{D}_0$, $\mathbb{M}$ / We calculate the matrices $\mathbb{D}$, $\mathbb{D}_0$, $\mathbb{M}$

Współrzędna Lagrange'a / The Lagrange coordinate

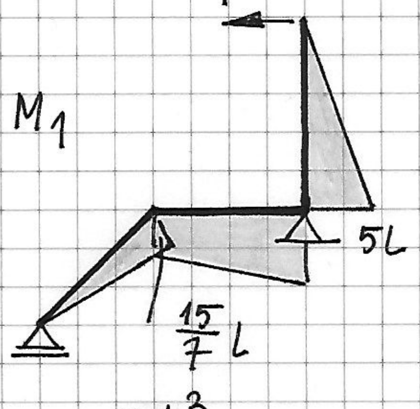


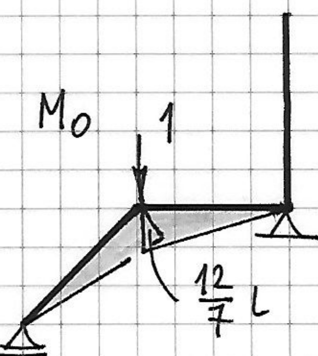
$$q(t) = [q(t)]$$

Plan prędkości / The velocity plan



$$2E_k = m\dot{q}^2 \rightarrow \mathbb{M} = [m]$$





$$\mathbb{D} = [d_{11}] = \left[101{,}902\,\frac{L^3}{EJ}\right]$$

$$\mathbb{D}_0 = [d_{10}] = \left[15{,}807\,\frac{L^3}{EJ}\right]$$

$$101{,}902\,\frac{mL^3}{EJ}\,\ddot{q}(t) + q(t) = 15{,}807\left(P_0 + \frac{P_1}{t_1}t\right)\frac{L^3}{EJ}$$

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 q(t) = \frac{1}{m}F(t)$$ – zmodyfikowane równanie ruchu / modified equation of motion

$$\omega^2 = \frac{k}{m}, \quad k = \frac{1}{d}$$

$$d = 101,902 \frac{L^3}{EJ}$$

$$k = 0,0098 \frac{EJ}{L^3}$$

$$\omega^2 = 0,0098 \frac{EJ}{mL^3}$$

$$F(t) = 0,155\, P(t) = 0,155 \left(P_0 + \frac{P_1}{t_1} t\right)$$

CORJ / GSHE : $q_0(t) = A_1 \sin(\omega t) + A_2 \cos(\omega t)$

CSRN / PSNHE : $q_s(t) = B_1 + B_2 t$

$$q(t) = q_0(t) + q_s(t)$$

$$= A_1 \sin(\omega t) + A_2 \cos(\omega t) + B_1 + B_2 t$$

Funkcja $q_s(t)$ musi spełniać równanie ruchu

The $q_s(t)$ function satisfies the equation of motion

$$\ddot{q}_s(t) + \omega^2 q_s(t) = 0,155 \left(P_0 + \frac{P_1}{t_1} t\right) \cdot \frac{1}{m}$$

$$\omega^2 (B_1 + B_2 t) = 0,155 \left(P_0 + \frac{P_1}{t_1} t\right) \cdot \frac{1}{m}$$

$$B_1 + B_2 t = 15,816 \left(P_0 + \frac{P_1}{t_1} t\right) \cdot \frac{1}{m} \rightarrow B_1 = 15,816 \frac{P_0}{m}$$

$$B_2 = 15,816 \frac{P_1}{m t_1}$$

Stałe A_1, A_2 wyznaczamy z warunków początkowych

Constants A_1, A_2 are determined by the initial conditions

$$q(t) = A_1 \sin(\omega t) + A_2 \cos(\omega t) + 15,816 \frac{P_0}{m} + 15,816 \frac{P_1}{m t_1} t$$

$$q(0) = 0 \rightarrow A_2 + 15,816 \frac{P_0}{m} = 0 \rightarrow A_2 = -15,816 \frac{P_0}{m}$$

$$\dot{q}(0) = 0 \rightarrow \omega A_1 + 15,816 \frac{P_1}{m t_1} = 0 \rightarrow A_1 = -15,816 \frac{P_1}{\omega m t_1}$$

Rozwiązanie / Solution

$$q(t) = 15,816 \frac{P_0}{m} \left[1 - \cos(\omega t)\right] + 15,816 \frac{P_1}{m t_1} \left[1 - \frac{\sin(\omega t)}{\omega}\right] t$$