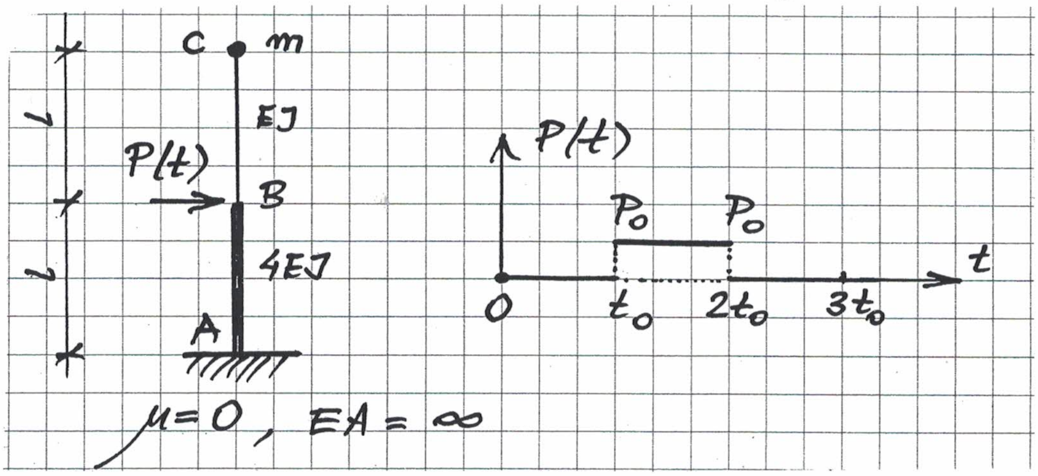
Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji II, 18 czerwca 2024 r.

Imię i NAZWISKO				
Prowadzący ćwiczenia, nr grupy				
ocena zadania 1	ocena zadania 2	ocena zadania 3	ocena egz. pis.	Ocena ostateczna z egzaminu
				Ocena łączna

Zadanie 1

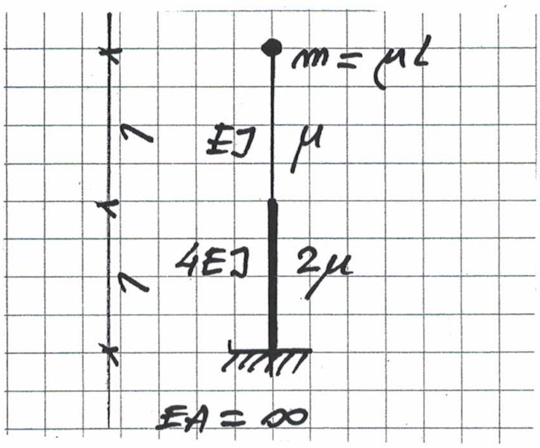
Dany jest wspornik: nieważki pręt o zmiennej sztywności z masą skupioną na końcu, obciążony jak na rysunku. Obciążenie zmienia się w czasie zgodnie z podanym wykresem. Warunki początkowe są jednorodne. Zapisać równania określające przemieszczenie poziome masy w chwili $t=3t_o$.

(Given is a cantilever: a massless bar of varying stiffness with a concentrated mass at its end, loaded as shown in the figure. The load varies in time according to the given plot. The initial conditions are homogeneous. Write down equations which determine the horizontal displacement of the mass at the time instant $t=3t_o$.



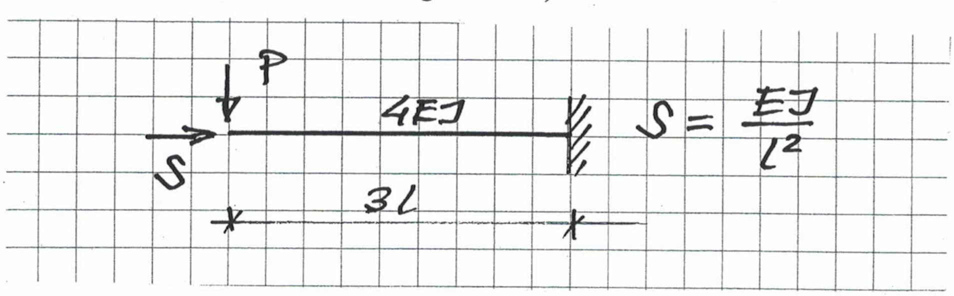
Zadanie 2

Dany jest wspornik: pręt o zmiennej sztywności, zmiennej gęstości masy, z masą skupioną jak na rysunku. Zapisać równania określające częstości drgań własnych wspornika.
(Given is a cantilever: a bar of varying stiffness and varying mass density, with the concentrated mass, cf the figure. Write down equations which determine the eigenfrequencies of the cantilever).

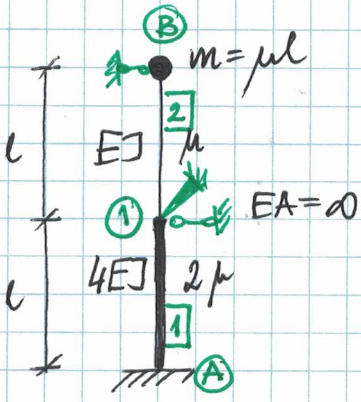


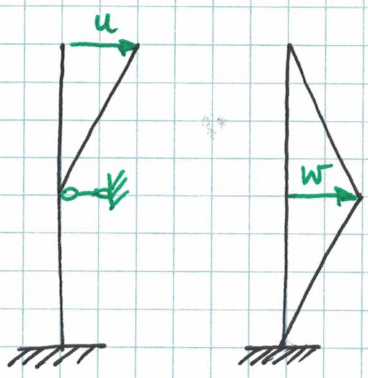
Zadanie 3

3.1 Wyprowadzić równania opisujące ugięcie belki prostej pryzmatycznej przy obecności dużej siły ściskającej
3.2 Zapisać równania opisujące ugięcie belki danej na rysunku
(3.1 Derive the equations modeling deflection of straight prismatic beams in the presence of a big compression force.
3.2 Write down the equations describing deflection of the given beam)



Egzamin MK2 zadanie 2 18.06.2024





$$q = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \frac{u}{l} \\ \frac{w}{l} \end{pmatrix}$$

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{\mu l^4 \omega^2}{EJ}}$$

$$\lambda_1 = \sqrt[4]{\frac{\mu l^4 \omega^2}{2EJ}} = \frac{\lambda}{\sqrt[4]{2}}$$

$$\lambda_2 = \sqrt[4]{\frac{\mu l^4 \omega^2}{EJ}} = \lambda$$

Równania równowagi:

1) $\Phi_1^1 + \Phi_1^2 = 0$

2) $W_B^2 \cdot \bar{u} - B_m \cdot \bar{u} = 0$

3) $W_1^1 \cdot \bar{w} + W_1^2 \bar{w} = 0$

$$B_m = \mu l \omega^2 \cdot u = \frac{EJ}{l^2} \cdot \lambda^4 \cdot \frac{u}{l}$$

$$\Phi_1^1 = \frac{4EJ}{l}\left(\alpha(\lambda_1)\varphi_1 - \theta(\lambda_1)\frac{w}{l}\right)$$

$$\Phi_1^2 = \frac{EJ}{l}\left(\alpha'(\lambda_2)\varphi_1 + \theta'(\lambda_2)\frac{w}{l} - \delta'(\lambda_2)\frac{u}{l}\right)$$

$$W_B^2 = -\frac{EJ}{l^2}\left(\delta'(\lambda_2)\varphi_1 + \varepsilon'(\lambda_2)\frac{w}{l} - \chi'(\lambda_2)\frac{u}{l}\right)$$

$$W_1^2 = \frac{EJ}{l^2}\left(\theta'(\lambda_2)\varphi_1 + \gamma'(\lambda_2)\frac{w}{l} - \varepsilon'(\lambda_2)\frac{u}{l}\right)$$

$$W_1^1 = -\frac{4EJ}{l^2}\left(\theta(\lambda_1)\varphi_1 - \gamma(\lambda_1)\frac{w}{l}\right)$$

$$\mathbb{K}(\lambda) = \left| 4\alpha\left(\frac{\lambda}{\sqrt[4]{2}}\right) + \alpha'(\lambda) \quad -\delta'(\lambda) \quad -4\theta\left(\frac{\lambda}{\sqrt[4]{2}}\right) + \right.$$

$$\mathbb{K}(\lambda) = \frac{EJ}{l}\begin{pmatrix} 4\alpha\left(\frac{\lambda}{\sqrt[4]{2}}\right) + \alpha'(\lambda) & -\delta'(\lambda) & -4\theta\left(\frac{\lambda}{\sqrt[4]{2}}\right) + \theta'(\lambda) \\ -\delta'(\lambda) & \chi'(\lambda) - \lambda^4 & -\varepsilon'(\lambda) \\ -4\theta\left(\frac{\lambda}{\sqrt[4]{2}}\right) + \theta'(\lambda) & -\varepsilon'(\lambda) & 4\gamma\left(\frac{\lambda}{\sqrt[4]{2}}\right) + \gamma'(\lambda) \end{pmatrix}$$

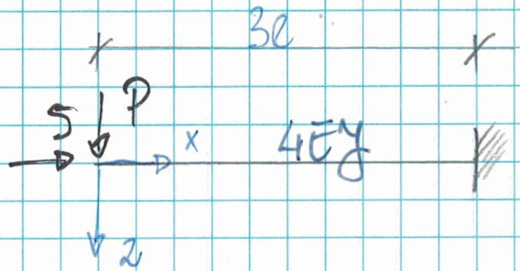
$$\det(\mathbb{K}(\lambda)) = 0 \rightarrow \lambda^{(i)} \rightarrow \omega^{(i)}$$

Zadanie przygotował Jan Pełczyński

ZADANIE 3.

3.1. Por. notatki z wykładu.

3.2. $\xi = \dfrac{x}{3l}$ $\qquad \lambda = 3l\sqrt{\dfrac{\frac{EJ}{l^2}}{4EJ}} = 1{,}5$



$$w(\xi) = C_0 + C_1\lambda\xi + C_2\sin\lambda\xi + C_3\cos\lambda\xi$$

$$w'(\xi) = C_1\lambda + C_2\lambda\cos\lambda\xi - C_3\lambda\sin\lambda\xi$$

$$w''(\xi) = -C_2\lambda^2\sin\lambda\xi - C_3\lambda^2\cos\lambda\xi$$

$$w'''(\xi) = -C_2\lambda^3\cos\lambda\xi + C_3\lambda^3\sin\lambda\xi$$

$$M(0)=0 \Rightarrow w''(0)=0 \Rightarrow C_3=0$$

$$T(0) = -P \Rightarrow -\frac{4EJ}{27l^3}w'''(0) - \frac{S}{3l}w'(0) = -P$$

$$-\frac{4EJ}{27l^3}\left(C_1\lambda^3\right) = -P$$

$$w(1)=0 \Rightarrow C_0 + C_1\lambda + C_2\sin\lambda + C_3\cos\lambda = 0$$

$$\varphi(1)=0 \Rightarrow C_1\lambda + C_2\lambda\cos\lambda - C_3\lambda\sin\lambda = 0$$