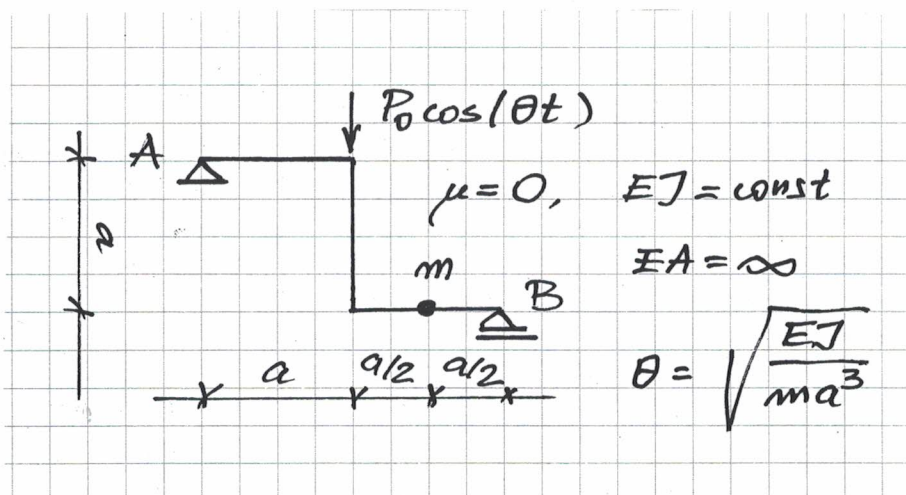


Imię i NAZWISKO				
Prowadzący ćwiczenia, nr grupy				
ocena zadania 1	ocena zadania 2	ocena zadania 3	ocena egz. pis.	Ocena ostateczna z egzaminu
				Ocena łączna

Zadanie 1

Dana jest rama z prętów nieważkich z masą skupioną, obciążona jak na rysunku.

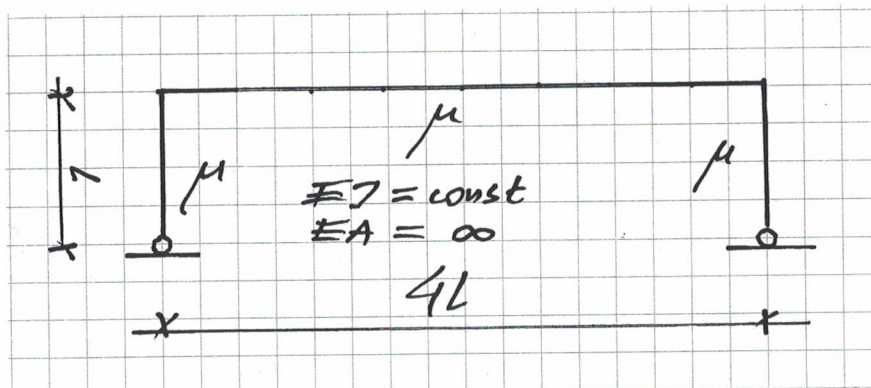
Znaleźć amplitudę reakcji pionowej w B.
(Given is a frame of weightless bars with a concentrated mass, loaded as shown in the figure. Compute the amplitude of the vertical reaction at B.)



Zadanie 2

Znaleźć pierwszą częstość drgań własnych danej ramy

(For a given frame find the first eigenfrequency)

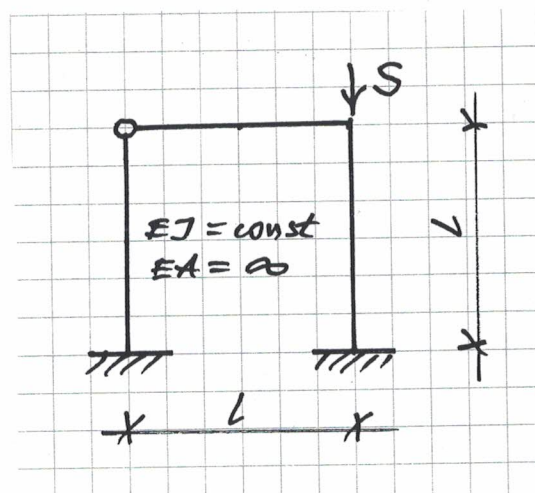


Zadanie 3

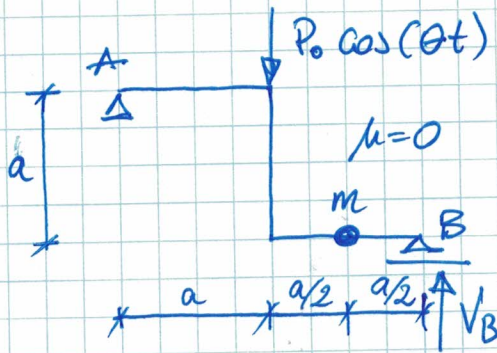
Dana jest rama płaska obciążona dużą siłą osiową, jak na rys.

Zapisać równania utraty stateczności całej ramy.

(Given is a plane frame subjected to a big axial force; write down equations of the loss of stability of the frame)



Egzamin 9 IX 2024 zadanie 1



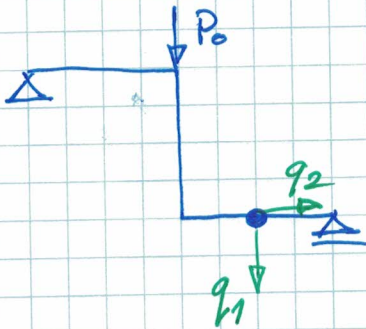
$$EJ = \text{const}$$

$$EA = \infty$$

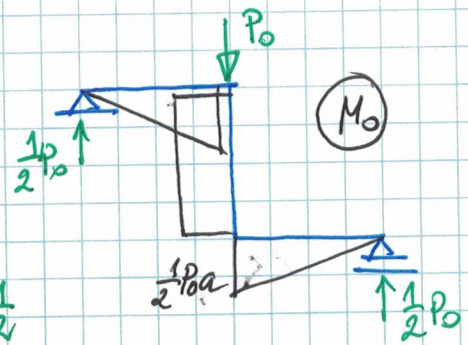
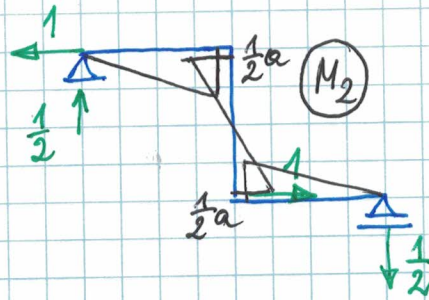
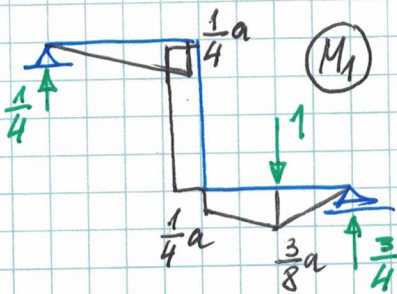
$$\theta = \sqrt{\frac{EJ}{ma^3}}$$

Znaleźć V_B

Rozwiązanie
przygotował
Jan Perzyna



$$M = m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\delta_{11} = \frac{5}{32} \frac{a^3}{EJ}$$

$$\delta_{12} = -\frac{1}{32} \frac{a^3}{EJ}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{4} \frac{a^3}{EJ}$$

$$\delta_{10} = \frac{23}{96} \frac{Pa^3}{EJ}$$

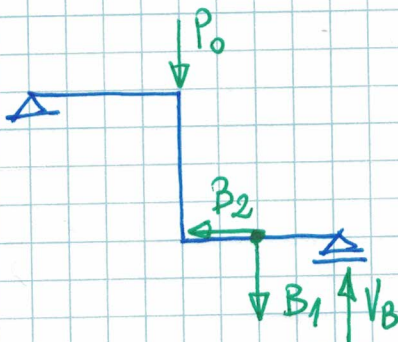
$$\delta_{20} = 0$$

$$D = \frac{a^3}{EJ} \begin{bmatrix} \frac{5}{32} & -\frac{1}{32} \\ -\frac{1}{32} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

$$d_0 = \begin{bmatrix} \frac{23}{96} \frac{Pa^3}{EJ} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(I - \theta^2 D M) q = d_0$$

$$q = \begin{bmatrix} 0.284 \\ -0.012 \end{bmatrix} \frac{Pa^3}{EJ}$$



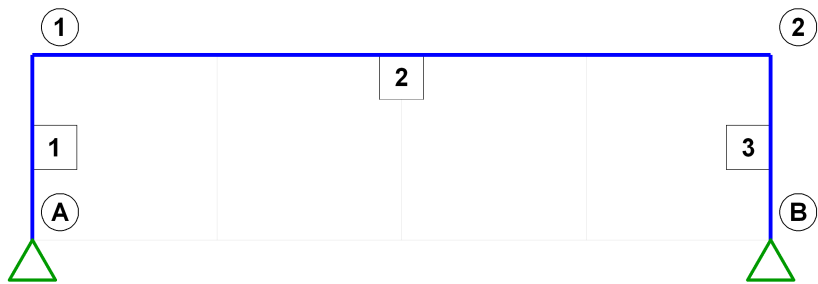
$$B_1 = m \theta^2 q_1 = 0.284 P_0$$

$$B_2 = m \theta^2 |q_2| = 0.012 P_0$$

Amplitude reakcji V_B :

$$V_B = +\frac{1}{2} P_0 + \frac{3}{4} B_1 + \frac{1}{2} B_2 = 0.719 P_0$$

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki - 1):



Parametry λ w prętach:

$$\lambda_1 = \lambda$$

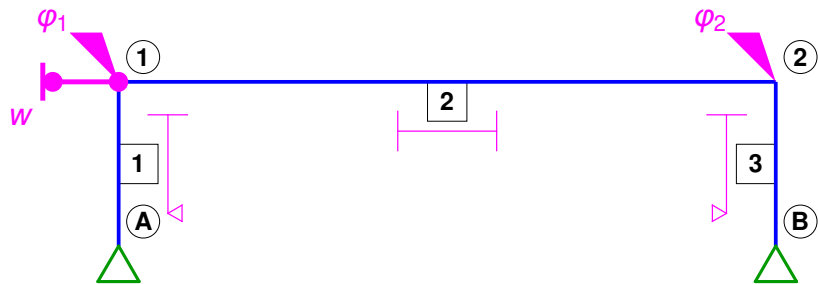
$$\lambda_2 = 4 \lambda$$

$$\lambda_3 = \lambda$$

Wektor niewiadomych:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \frac{w}{1} \end{pmatrix}$$

Układ geometrycznie wyznaczalny:



Plan przemieszczeń:



	w_i^K	w_k^K	u^K
Pręt 1 :	$w_A^1 = 0$	$w_1^1 = w$	$u^1 = 0$
Pręt 2 :	$w_1^2 = 0$	$w_2^2 = 0$	$u^2 = w$
Pręt 3 :	$w_2^3 = -w$	$w_B^3 = 0$	$u^3 = 0$

Wzory transformacyjne:

$$\Phi_1^1 = \frac{EJ}{1} \left[\alpha'(\lambda) \varphi_1 - \vartheta'(\lambda) \frac{w}{1} \right]$$

$$\Phi_1^2 = \frac{EJ}{1} \left[\frac{1}{4} \alpha(4\lambda) \varphi_1 + \frac{1}{4} \beta(4\lambda) \varphi_2 \right]$$

$$\Phi_2^2 = \frac{EJ}{1} \left[\frac{1}{4} \beta(4\lambda) \varphi_1 + \frac{1}{4} \alpha(4\lambda) \varphi_2 \right]$$

$$\Phi_2^3 = \frac{EJ}{1} \left[\alpha'(\lambda) \varphi_2 - \vartheta'(\lambda) \frac{w}{1} \right]$$

$$W_1^1 = \frac{EJ}{1^2} \left[-\vartheta'(\lambda) \varphi_1 + \gamma'(\lambda) \frac{w}{1} \right]$$

$$W_2^3 = \frac{EJ}{1^2} \left[\vartheta'(\lambda) \varphi_2 - \gamma'(\lambda) \frac{w}{1} \right]$$

Osiowe siły bezwładności w prętach:

$$B_{||}^2 = \omega^2 \cdot \mu \cdot 4 l \cdot w = \frac{EJ}{1^2} \left[4 \lambda^4 \frac{w}{1} \right]$$

Równania równowagi:

$$\Phi_1^1 + \Phi_1^2 = 0$$

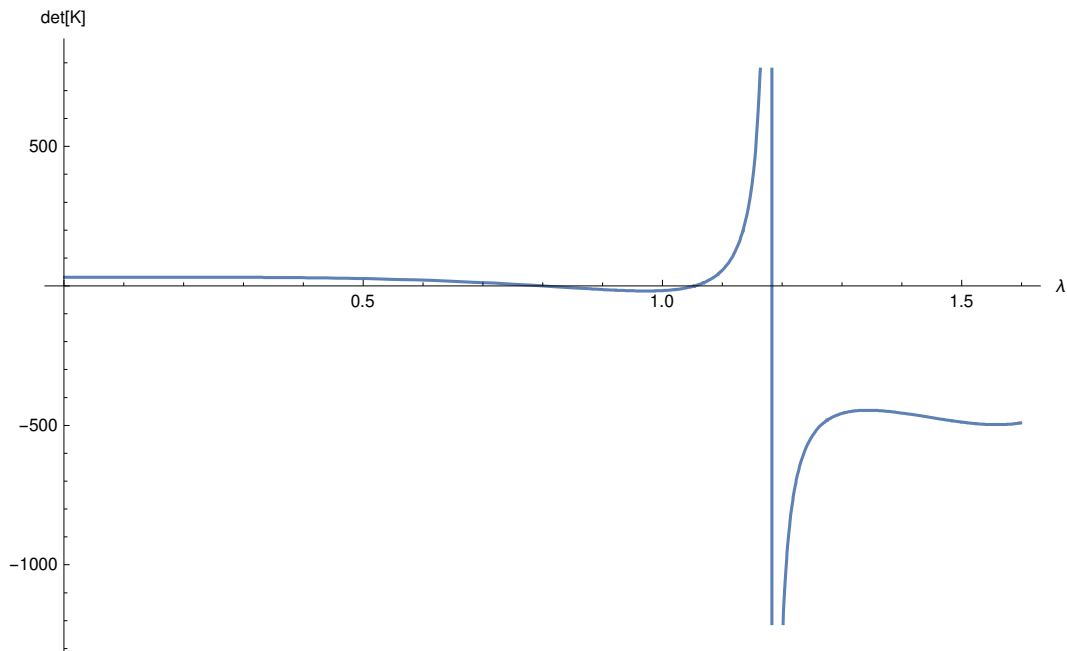
$$\Phi_2^2 + \Phi_2^3 = 0$$

$$-W_1^1 \cdot \bar{w} - W_2^3 \cdot (-\bar{w}) + B_{||}^2 \cdot \bar{w} = 0$$

Macierz sztywności konstrukcji:

$$\mathbf{K}(\lambda) = \frac{EJ}{1} \begin{pmatrix} \frac{\alpha(4\lambda)}{4} + \alpha'(\lambda) & \frac{\beta(4\lambda)}{4} & -\vartheta'(\lambda) \\ \frac{\beta(4\lambda)}{4} & \frac{\alpha(4\lambda)}{4} + \alpha'(\lambda) & -\vartheta'(\lambda) \\ -\vartheta'(\lambda) & -\vartheta'(\lambda) & 2\gamma'(\lambda) - 4\lambda^4 \end{pmatrix}$$

Wykres wyznacznika macierzy sztywności w zależności od parametru λ :



Pierwsza częstość drgań własnych wynosi $\omega^{(1)} = 0.639 \sqrt{\frac{EJ}{\mu}} \frac{1}{1^2}$

Pierwsza postać drgań własnych ramy:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \frac{w}{l} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} 0.486 \\ 0.486 \\ 0.726 \end{pmatrix}$$

