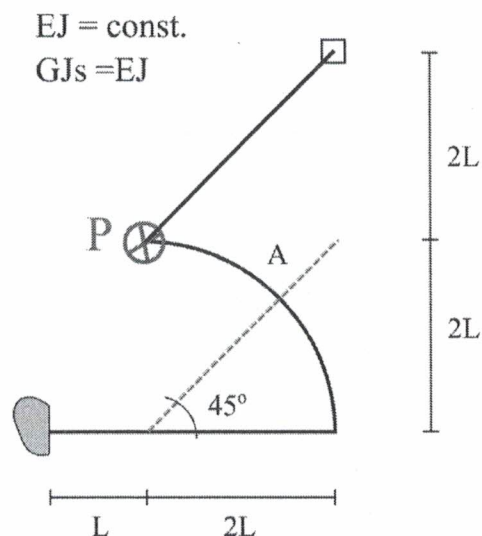


NAZWISKO Imię		
Nr albumu		Oceny z ćwiczeń :
ocena zadania 1	ocena zadania 2	Ocena z egzaminu po ustnym
		Ocena łączna, data, podpis

Zadanie 1.

Dany jest pręt zakrzywiony w planie obciążony jak na rysunku.

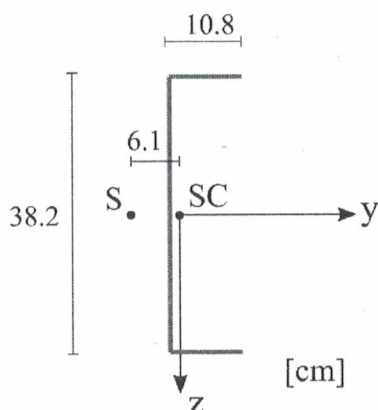
- Znaleźć rozkład momentów zginających i skręcających.
- Znaleźć przemieszczenie punktu A.

**Zadanie 2.**

Dany jest pręt o profilu ceowym UPE400, o długości $L = 100$ cm oraz podparty widelkowo na obu końcach. Zakładając, że do obu przekrojów brzegowych przyłożone jest równomiernie rozłożone normalne ciśnienie ściskające o wartości $t_n = -P/A$, należy:

- obliczyć najmniejszą siłę krytyczną P_{kr} ,
- znaleźć postać wyboczenia odpowiadającą tej sile krytycznej.

Przyjąć następujące stałe materiałowe: $E = 21000$ kN/cm², $\nu = 0.3$ oraz charakterystyki geometryczne przekroju jak poniżej:



$$\begin{aligned}
 A &= 91.2 \text{ cm}^2 \\
 J_y &= 20980 \text{ cm}^4 \\
 J_z &= 1045 \text{ cm}^4 \\
 J_{\omega} &= 259\,000 \text{ cm}^6 \\
 J_s &= 79.1 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

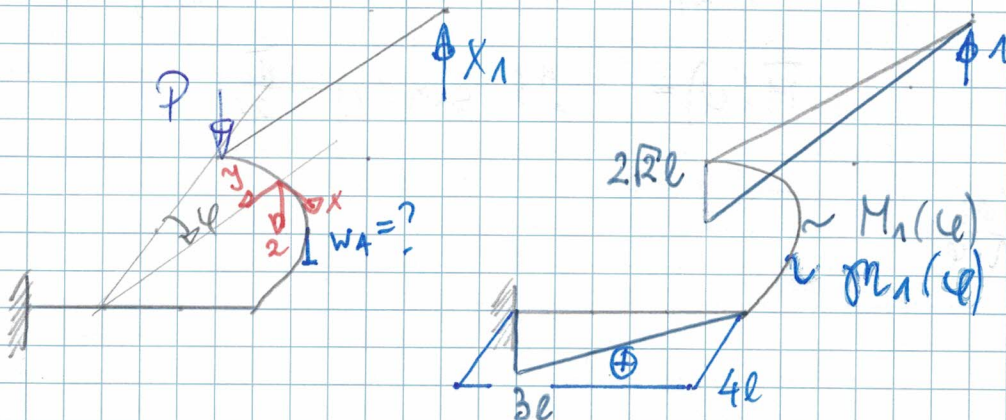
ZADANIE 1

a)

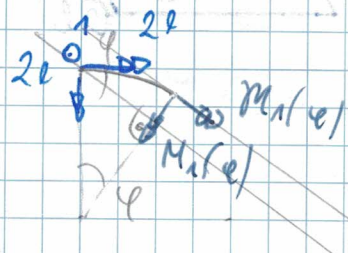
USW

r-nię zgodności $\delta_{11} X_1 + \delta_{10} = 0$

Stan $X_1 = 1$



M_1
 m_1



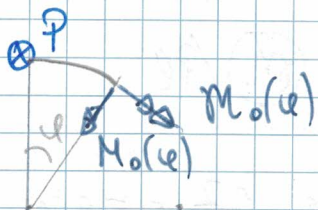
$$M_1(\varphi) + 2l \cos \varphi + 2l \sin \varphi - 1 \cdot 2l (1 - \cos \varphi) = 0$$

$$M_1(\varphi) = -2l \sin \varphi + 2l - 4l \cos \varphi$$

$$M_1(\varphi) + 2l \sin \varphi + 2l \cos \varphi - 2l \sin \varphi = 0$$

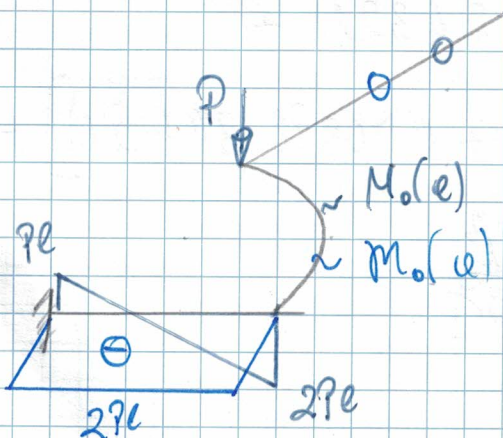
$$M_1(\varphi) = -2l \cos \varphi + 4l \sin \varphi$$

Stan $0''$



$$M_0(\varphi) = -2Pl (1 - \cos \varphi)$$

$$M_0(\varphi) = -2Pl \sin \varphi$$



$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 2Pl \cdot 2Pl \cdot \frac{2}{3} 2Pl \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} 3l \cdot 3l \cdot \frac{2}{3} 3l + 4l \cdot 3l \cdot 4l \right] + \\ &\quad + \frac{1}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} [M_1(\varphi) M_1(\varphi) + m_1(\varphi) m_1(\varphi)] 2l d\varphi \\ &= 81,941 \frac{l^3}{EI} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{10} &= \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} 2Pl \cdot 3l \cdot \frac{1}{2} 3l + \frac{1}{2} Pl \cdot 3l \cdot \left(-\frac{2}{3} 3l\right) \right. \\ &\quad \left. + 2Pl \cdot 3l \cdot (-4l) \right] + \frac{1}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} [M_1(\varphi) M_0(\varphi) + m_1(\varphi) m_0(\varphi)] 2l d\varphi \end{aligned}$$

$$\delta_{10} = -29.699 \frac{Pl^3}{EI}$$

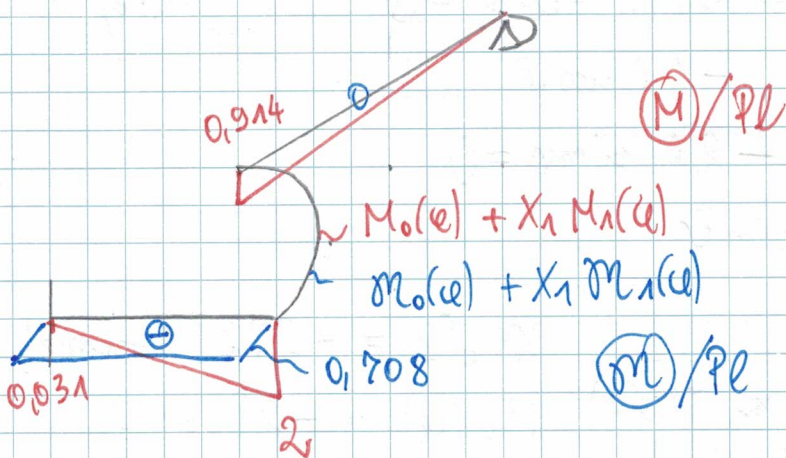
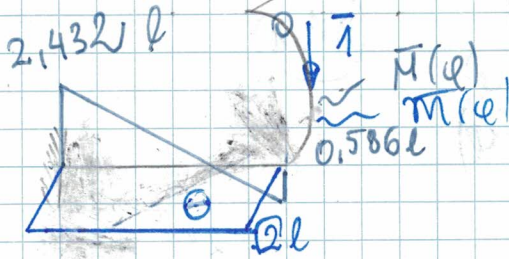
$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = 0.323 P$$

b) Stan virtualny

Stan virtualny

$$\bar{M}(\varphi) = -2l(1 - \cos(\varphi - \frac{\pi}{2}))$$

$$\bar{m}(\varphi) = -2l \sin(\varphi - \frac{\pi}{2})$$



$$\begin{aligned} W_A = & \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 2Pl \cdot 3l \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 0.586l - \frac{1}{3} \cdot 2.432l \right) + \right. \\ & + \frac{1}{2} \cdot 0.031Pl \cdot 3l \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 0.586l - \frac{2}{3} \cdot 2.432l \right) + 0.708Pl \cdot 3l \cdot (-2l) \left. \right] + \\ & + \frac{1}{EI} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} (M \cdot \bar{M} + m \bar{m}) 2l d\varphi = \dots \frac{Pl^3}{EI} \end{aligned}$$

Zadanie 2

Dane

$\text{pdane} = \{A \rightarrow 91.2 (*\text{cm}^2*), J_y \rightarrow 20\,980 (*\text{cm}^4*), J_z \rightarrow 1045$
 $(*\text{cm}^4*), J_\omega \rightarrow 259\,000 (*\text{cm}^6*), J_s \rightarrow 79.1 (*\text{cm}^4*), y_s \rightarrow -6.1$
 $(*\text{cm}), z_s \rightarrow 0, L \rightarrow 100 (*\text{cm}), EE \rightarrow 21\,000 (*\text{kN}/\text{cm}^2*), \nu \rightarrow 0.3\}$;

Sztywności

$$E1 = \frac{EE}{1 - \nu^2} / . \text{pdane}$$

23 076.9

$$G = \frac{EE}{2 (1 + \nu)} / . \text{pdane}$$

8076.92

Zagadnienie własne

$$P_{kry} = \pi^2 E1 \frac{J_y}{L^2} / . \text{pdane} (*\text{kN*})$$

477 841.

$$P_{krz} = \pi^2 E1 \frac{J_z}{L^2} / . \text{pdane} (*\text{kN*})$$

23 800.9

$$r_{02} = \left(\frac{J_y + J_z}{A} + y_s^2 + z_s^2 \right) / . \text{pdane} (*\text{cm}^2*)$$

278.712

$$P_{krs} = \frac{1}{r_{02}} \left(\pi^2 E1 \frac{J_\omega}{L^2} + G * J_s \right) / . \text{pdane} (*\text{kN*})$$

23 457.4

Macierz C

```
CC = {{Pkry - P, 0, Pys}, {0, Pkrz - P, -Pzs}, {Pys, -Pzs, (Pkrs - P) r02}} /. pdane;
CC // MatrixForm
```

$$\begin{pmatrix} 477841. - P & 0 & -6.1 P \\ 0 & 23800.9 - P & 0 \\ -6.1 P & 0 & 278.712 (23457.4 - P) \end{pmatrix}$$

Wartości własne macierzy

```
r = Solve[Det[CC] == 0, P]
{{P -> 23298.}, {P -> 23800.9}, {P -> 555239.}}
```

Najmniejsza siła krytyczna

```
P /. r[[1]] (*kN*)
23298.
```

Postać wyboczenia

```
CC /. r[[1]] // MatrixForm
```

$$\begin{pmatrix} 454543. & 0 & -142118. \\ 0 & 502.931 & 0 \\ -142118. & 0 & 44434.7 \end{pmatrix}$$

```
w0 =  $\frac{454542.6935338384 \text{ A}}{142117.79723423283}$ 
3.19835 A
```

Postać wyboczenia

```
w0 = A;
v0 = 0;
theta0 = 3.1983516658696827 A;
```